

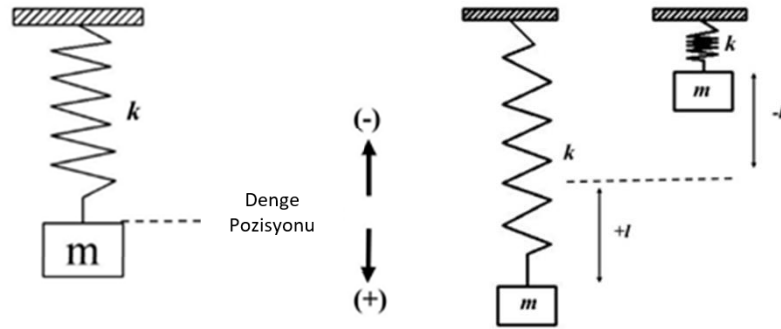
TEMEL TİTREŞİM DENEYİ

1. Mekanik Titreşim Temelleri

Bu deneyde, mekanik titreşimlerin temelleri hakkında bilgi edineceksiniz. Mekanik titreşim, denge konumundan yer değiştiren cisimlerin hareketi olarak tanımlanabilir. Sistem denge konumundaysa ve konumunu değiştirerek bir kuvvet uygularsanız, sistem cismi çevirerek veya döndürerek tekrarlı hareketlerle denge konumuna gelmeye çalışır. Cisimlerin bu davranışı mekanik titreşim olarak tanımlanır.

Genel olarak, titreşim sistemleri üç öğeden oluşur:

- I. Sistem kütlesi (m)
- II. Yay sabiti (k)
- III. Sistemin sönümlenme katsayısı (C)

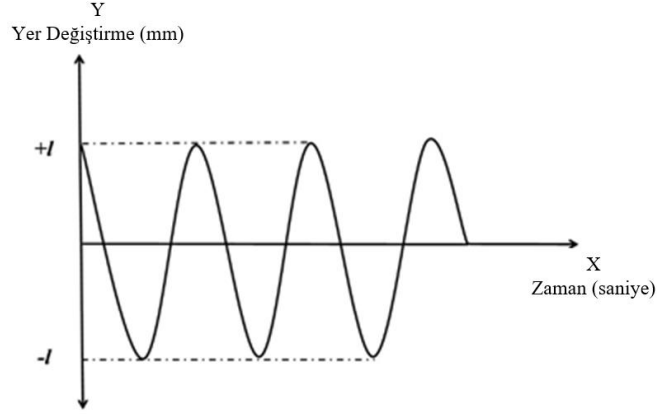


Şekil 1: Basit bir kütle-yay sistemi

Şekil 1’de yay sabiti k olan bir yay ile kütle (m) asılı haldedir. İlk etapta sistem denge konumundadır. Hareket yönü aşağı yönde pozitif (+) ve yukarı yönde negatif (-) olarak alınır. Kütle aşağı doğru çekip bıraktığımızda, kütle tekraren yukarı ve aşağı gider. Bu hareketlerin sonunda (sistem enerjisi kinetik enerji olarak harcandığında) sistem denge pozisyonunda durmuş olacaktır.

Bu mekanik hareketlerin grafikleri Şekil 2’de gösterilmektedir. Grafik üst ve alt genlik “ T ” arasında salınım yapan bir “ m ” kütlelerinin zamana bağlı hareketini göstermektedir. Bu tür hareketler harmonik hareket olarak adlandırılırlar. Harmonik hareket (periyodik hareket veya salınım), hareket sırasındaki yer değiştirmeye karşı sistemin dengeleyici ya da geriçığırım kuvveti olarak tanımlanabilir.

MAKİNE LABORATUVARI



Şekil 2: Basit titreşim grafiği (ideal sistem ve durumda)

Kütle yay sistemi matematiksel modeli Denklem 1 'de verilmiştir:

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} + C \frac{ds}{dt} + ks = F(t) \quad (1)$$

Denklemden ifade edilen;

m = sistem kütlesi (kg)

C = sistemin sönümlenme katsayısı (kg/s)

k = yay sabiti (N/mm)

s = yer değiştirime (mm)

$F(t)$ = zaman bağlı kuvvet (N)

2. Titreşim Sisteminde Kullanılan Tanımlamalar

Frekans (f): Bir sistemin birim zamanda yaptığı döngü miktarı. Titreşim konusunda çok önemli olan bir birim olan frekans f ile gösterilir. Frekans, yay sertliğine (k) ve sistemin kütlesine (m) bağlıdır. Birimi 1 / saniye veya Hertz (Hz) 'dir.

Doğal frekans (W_n): Doğal frekans, sistemin serbest titreşim koşullarındaki iç titreşim esnasındaki frekanstır. Yani, sistemde herhangi bir dış kuvvet yoktur. W_n ile gösterilir ve birimi Hz'dir. Zorlanmış titreşim durumunda, kuvvetin frekansı sistemin doğal frekansına eşit olduğunda, titreşimin genliği sonsuza doğru gider. Bu olaya *Rezonans* denir.

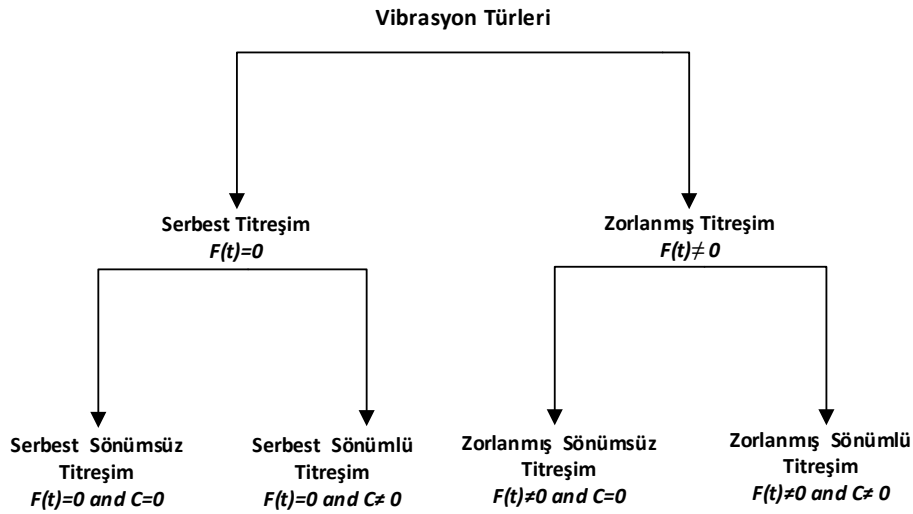
Periyot (T): Hareketin bir döngüsü için geçen süredir. T ile gösterilir ve birimi saniyedir.

Sönümlenme Katsayısı (C) ve Sönümlenme Oranı (r): Bu tanımlar sönümlenme ile ilgilidir. Sönüm, titreşime karşı direnç anlamına gelir. Sönümlenme katsayısı yükseldiğinde, titreşim genliği ve süresi azalır. Sönümlenme katsayısı C ile gösterilmiştir ve birimi kg/s , sönüm oranı r ile gösterilmiştir ve birimsizdir.

3. Titreşim Türleri

Titreşim türleri temel olarak Serbest Titreşim ve Zorlanmış Titreşim olmak üzere iki ana kategoriye ayrılmıştır. Serbest Titreşim, kütleye uygulanan F(t) kuvveti olmayan, yani $F(t) = 0$ olan titreşimdir. Zorlanmış titreşimde ise kütle üzerine bir kuvvet, F(t) uygulanmaktadır. Bu deney düzeneğinde hareket sırasında F(t) uygulamadığımız için yalnızca Serbest Titreşimi göreceğiz.

Aynı zamanda, bu titreşim türleri Sönümsüz Titreşim ve Sönümlü Titreşim olmak üzere iki kategoriye ayrılabilir. Titreşime karşı dirençli bir kuvvet varsa, sistem Sönümlü Titreşim, değilse sistem Sönümsüz Titreşim olarak adlandırılır.



3.1. Serbest Sönümsüz Titreşim (F(t)=0 & C=0)

Bu sistemde sadece kütle (m) ve yay (k) bulunmaktadır. Sistemde sönümleyici yoktur. Kütle bir miktar çekilir ve serbest bırakılır. Sistemin hareketi gözlenerek ve sistemin yay sabiti (k), frekansı (f) ve periyodu (T) hem teorik hem de deneysel yöntemlerle hesaplanacaktır.

$F(t)=0$ and $C=0$ iken Denklem 1'de verilen matematiksel model aşağıdaki gibi olacaktır:

$$m * \frac{d^2 s}{dt^2} + k * s = 0 \quad (2)$$

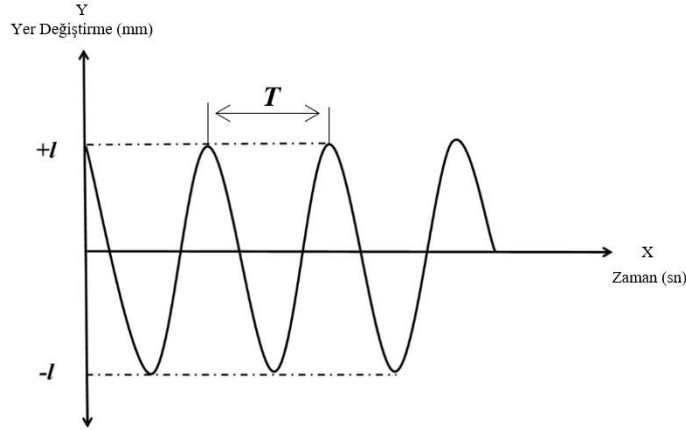
MAKİNE LABORATUVARI

Denklemin her iki tarafının kütleyle bölünmesi ile aşağıdaki denklemler elde edilmektedir. Buradan sistemin doğal frekansı olarak yay sabitinin kütleyle oranının karekökü olduğu çıkarımı yapılmaktadır.

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{k}{m} * s = 0$$

$$W_n^2 = \frac{k}{m}$$

$$W_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$



Şekil 3: Serbest sönümsüz titreşim grafiği ve periyot tahmini (ideal durum)

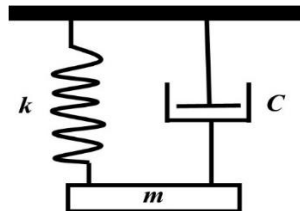
Sistemin genlik fonksiyonu şu şekilde ifade edilir: $s(t) = s_0 * \text{Cos} W_n t$

Frekans ve periyot terimlerine ait denklemler ise,

$$T = \frac{1}{f} \text{ ve } T = \frac{2\pi}{W_n} \text{ (sn)} \leftrightarrow f = \frac{1}{T} \text{ (Hz)} \text{ olarak ifade edilmektedir.}$$

3.2. Serbest Sönümlü Titreşim (F(t)=0 & C≠0)

Bu sistemde bir damper bulunur. Damper, titreşimi azaltmak için dirençli bir ortamı ifade etmektedir. Deney düzeneğimizde üzerinde delik bulunan bir piston bir yağ kapağında hareket ettirilir. Piston kütle (m) ile birlikte hareket ederken, kütle her döngüde enerjisini kaybeder ve titreşim bu şekilde emilir. Yani sönümlenme, salınımda depolanan enerjiyi dağıtan işlemlerle üretilir. Bu deneyde amaç, (r) sönümlenme katsayısını (C) ve sönüm oranını elde etmektir.



Şekil 4: Temel serbest sönümlü sistem

MAKİNE LABORATUVARI

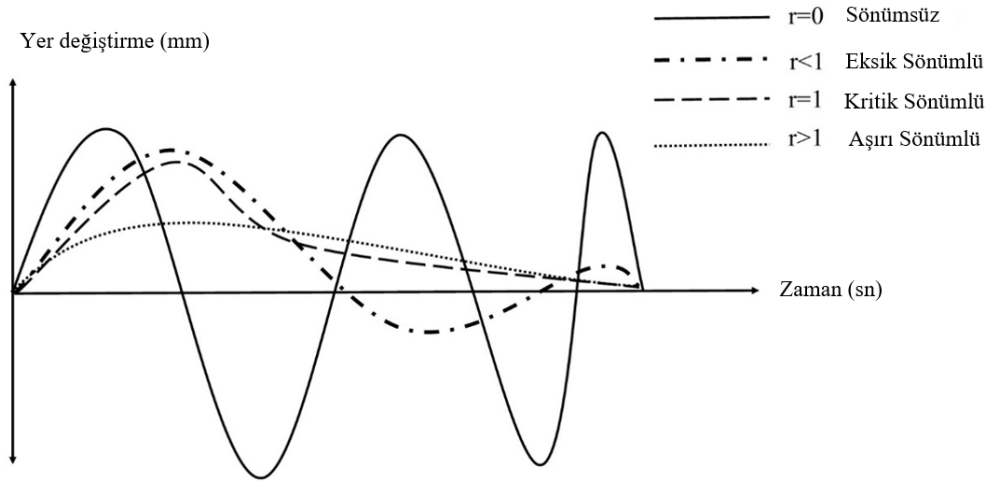
Bu sistem için hareket denklemleri aşağıdaki gibidir:

$$m * \frac{d^2 s}{dt^2} + C * \frac{ds}{dt} + k * s = 0$$

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{C}{m} * \frac{ds}{dt} + \frac{k}{m} * s = 0$$

Denkleme son hali verildiğinde; $\frac{d^2 s}{dt^2} + 2 * W_n * \frac{ds}{dt} + W_n^2 * s = 0$ (3)

$$r = \frac{C}{2 * W_n * m}$$



Şekil 5: Serbest sönümlü titreşim türleri

Şekil 5'te serbest sönümlü titreşim sistemleri gösterilmektedir. Şekilde, dört farklı sönümlenme oranını gösteren duruma ait zamana bağlı yer değişirme ifade edilmektedir. İlk olarak $r=0$ olduğunu gösteren sönümsüz titreşim, periyodik olarak harmonik harekete devam etmektedir. Serbest sönümlü titreşimde, eksik sönümlü sistemde ($r < 1$) denklemin kökleri karmaşık köklerdir, Kritik olarak sönümlenmiş ($r = 1$) kökler eşit ve karşıt işaretlidir ve son olarak aşırı sönümlüde ise ($r > 1$) iki ayrı gerçekte kök vardır.

a) $r < 1$ için sistem eksik sönümlü olarak ifade edilir ve denklemleri aşağıdaki gibidir:

$$s(t) = e^{-r * W_n * t} * (A * \cos W_d * t + B * \sin W_d * t)$$

MAKİNE LABORATUVARI

Sönümlenme oranı olan r aşağıdaki denklem üzerinden hesaplanabilir:

$$r = \frac{1}{2\pi} * \ln \frac{s_n}{s_{n+1}}$$

Sönümlenme periyodu olan T_d ise; $T_d = \frac{2\pi}{W_n * \sqrt{1-r^2}}$

ve son olarak sönümlenmeli doğal frekans W_d aşağıdaki denklem ile ifade edilir.

$$W_d = W_n * \sqrt{1-r^2}$$

b) $r=1$ durumunda sistem kritik olarak sönümlenmiş olarak tanımlanır ve denklem;

$$s(t) = (A + Bt) * e^{-r*W_n*t} \quad \text{olarak ifade edilir.}$$

c) $r>1$ iken sistem aşırı sönümlenmiş olarak kabul edilir ve hareket denklemi aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$s(t) = A * e^{(-r+\sqrt{r^2-1})*W_n*t} + B * e^{(-r-\sqrt{r^2-1})*W_n*t}$$

- Buradaki $s(t)$ ifadesi yayın zamanla değişen yer değiştirmesi yani genliğidir.

DeneySEL Düzenek



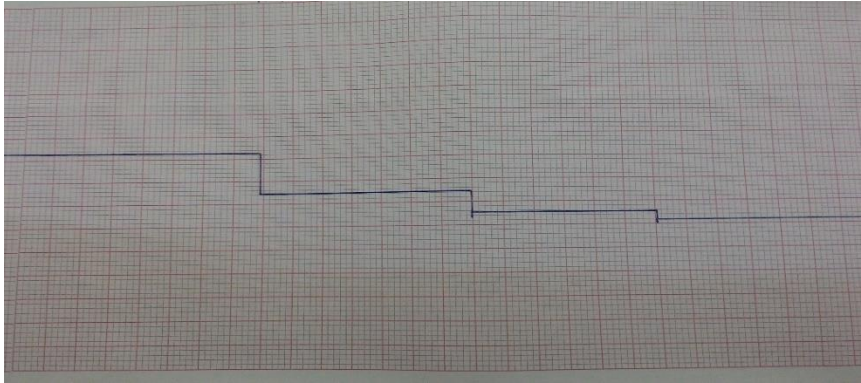
Şekil 6: DeneySEL Düzenek yay (solda), yaya bağlı kütle (sağda)

MAKİNE LABORATUVARI

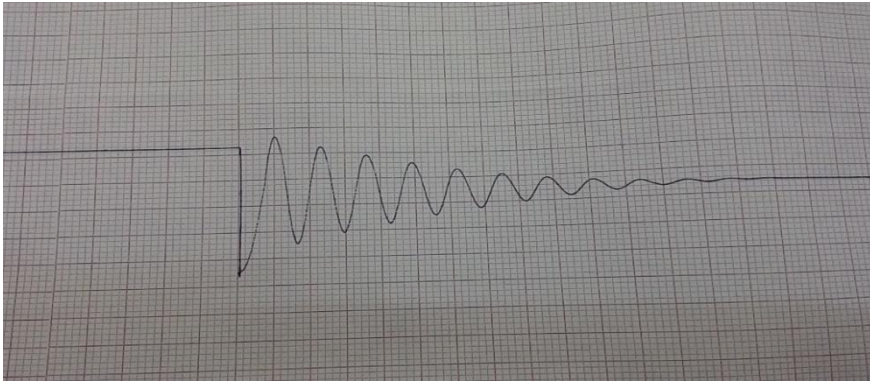


Şekil 6: Deneysel Düzenek sönümlenme sistemi (solda), tüm sistem (sağda)

Deneysel Sistem Grafikleri

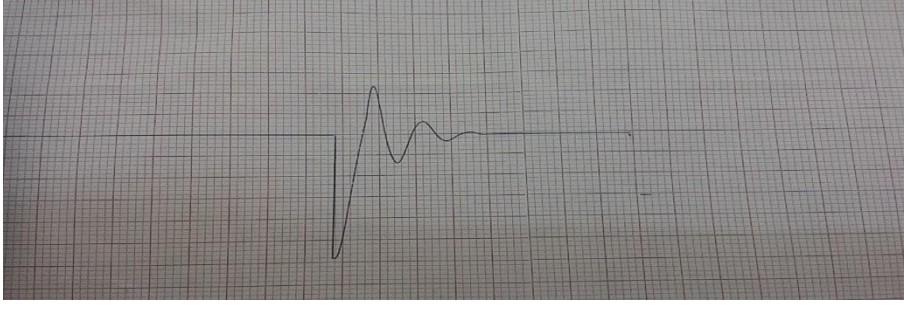


Şekil 8: Yay sabiti hesaplaması (k)

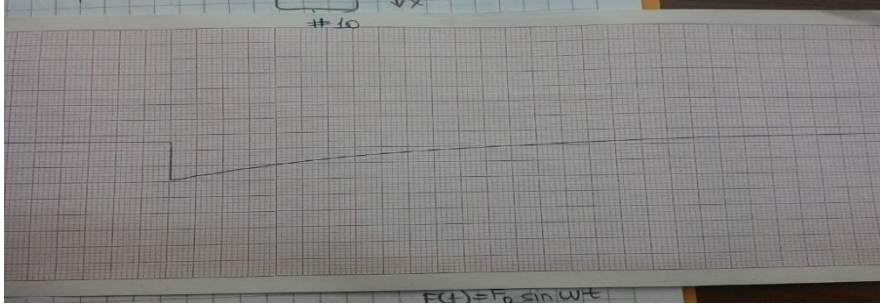


Şekil 9: Periyot (T) ve Frekans (f) hesaplaması - Eksik sönümlü titreşim

MAKİNE LABORATUVARI



Şekil 10: Sönümlenme oranı (r) – Eksik sönümlü titreşim



Şekil 11: Sönümle katsayısı (C) hesaplaması – Aşırı sönümlü titreşim

SONUÇ

Bu deneyde mekanik titreşimin temelleri anlatılmaktadır. Bunun için bazı deneyler yapılarak titreşim parametreleri (f , T , C , r) teorik ve deneysel olarak hesaplanmıştır. Öğrencinin diğer titreşim türleri hakkında daha fazla bilgi edinmesi ve konu ile ilgili alanında yapılan çalışmaları incelemesi iyi olacaktır. Deney esnasında aşağıdaki soruların yanıtlanması gerekmektedir.

SORULAR

- 1- Sistemin yay sabitini (k) bulun.
- 2- Farklı kütleler altında sönümsüz sistemin frekansını (f) ve periyodunu (T) belirleyin.
- 3- Eksik sönümlenmeli sistemin sönüm katsayısını (C) ve sönüm oranını (r) bulunuz.
- 4- Aşırı sönümlenmeli sistemin sönümleme katsayısını (C) bulunuz.
- 5- MS Excel kullanarak serbest kütleli olmayan sistemde kütle (m) ve yay sabitini (k) aynı genlikte değiştirerek grafikleri $s(t)$ fonksiyonuna göre çiziniz.
- 6- Kütle ve yay sabitinin doğal frekans üzerindeki etkilerini göstermek için kütle (m) - doğal frekans (ω_n) ve yay sabiti (k) - doğal frekans (ω_n) grafiklerini çizin.
- 7- Rezonans olayını açıklayınız ve örnekler veriniz.